

Espressioni svolte

$$\bullet \frac{6}{5} \times \left(\frac{3}{7} - \frac{3}{2} \right) + \frac{1}{10} : \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \right) =$$

$$\text{Somma algebrica di numeri razionali} \quad \frac{3}{7} - \frac{3}{2} = \frac{3 \times 2 - 3 \times 7}{14}$$

Cercare il denominatore comune e moltiplicare ogni numeratore per i fattori mancanti

$$= \frac{6}{5} \times \frac{6 - 21}{14} + \frac{1}{10} : \frac{5 - 8 + 10}{20} =$$

$$= \frac{6}{5} \times \left(-\frac{15}{14} \right) + \frac{1}{10} : \frac{7}{20} =$$

$$\text{Divisione tra numeri razionali} \quad \frac{1}{10} : \frac{7}{20} = \frac{1}{10} \times \frac{20}{7}$$

Trasformare la divisione in un prodotto invertendo il divisore

$$= \frac{6}{5} \times \left(-\frac{15}{14} \right) + \frac{1}{10} \times \frac{20}{7} =$$

$$\text{Prodotto tra numeri razionali} \quad \frac{6}{5} \times \left(-\frac{15}{14} \right) = \frac{\cancel{2} \cdot 3}{\cancel{5}} \times \left(-\frac{3 \cdot \cancel{5}}{\cancel{2} \cdot 7} \right) = -\frac{9}{7}$$

Semplificare i fattori in croce (il segno del risultato segue la regola dei segni)

$$= -\frac{9}{7} + \frac{2}{7} =$$

$$= -\frac{7}{7} = -1.$$

$$\bullet \left\{ \left(2^2 \cdot 2^4 - 2^{10} : 2^4 + \frac{1}{2} \right)^{10} : \left[\left(\frac{1}{2} \right)^3 \right]^2 \cdot \left[30 : \left(\frac{1}{30} \right)^3 \right] \right\} : 5^4 =$$

$$\text{Proprietà delle potenze (1)} \quad 2^2 \cdot 2^4 = 2^{2+4}$$

Prodotto di potenze con uguale base \Rightarrow si sommano gli esponenti

$$\text{Proprietà delle potenze (2)} \quad 2^{10} : 2^4 = 2^{10-4}$$

Quoziente di potenze con uguale base \Rightarrow si sottraggono gli esponenti

$$= \left\{ \left(2^6 - 2^6 + \frac{1}{2} \right)^{10} : \left[\left(\frac{1}{2} \right)^3 \right]^2 \cdot \left[30 \cdot 30^3 \right] \right\} : 5^4 =$$

$$\text{Proprietà delle potenze (3)} \quad \left[\left(\frac{1}{2} \right)^3 \right]^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^{3 \times 2}$$

Potenza di potenza \Rightarrow si moltiplicano gli esponenti

$$= \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^{10} : \left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot 30^4 \right\} : 5^4 =$$

$$= \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot 30^4 \right\} : 5^4 =$$

Proprietà delle potenze (4) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot 30^4 = \left(\frac{30}{2}\right)^4 = 15^4$

Prodotto di potenze con uguale esponente \Rightarrow si moltiplicano le basi

$$= 15^4 : 5^4 =$$

Proprietà delle potenze (5) $15^4 : 5^4 = (15 : 5)^4 = 3^4$

Quoziente di potenze con uguale esponente \Rightarrow si dividono le basi

$$= 3^4.$$

- $\left\{ \left[\left(\frac{27}{8}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-5} \right] \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \right\} : \left(-\frac{3}{2}\right)^{28} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^7 =$

Ricondurre alla stessa base (potenze perfette) $\left(\frac{27}{8}\right)^5 = \left[\left(\frac{3}{2}\right)^3\right]^5$

Si è riscritta la base data, che era una potenza perfetta di quelle che le compaiono a fianco, esplicitandola come potenza di un numero razionale

$$= \left\{ \left[\left(\frac{3}{2}\right)^{15} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-5} \right] \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \right\} : \left(-\frac{3}{2}\right)^{28} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^7 =$$

Ricondurre alla stessa base (base invertita 1) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^5$

Si è riscritta la base data, che era l'inversa di quelle che le compaiono a fianco, girando la frazione e cambiando segno all'esponente
(in questo caso da negativo a positivo)

$$= \left\{ \left[\left(\frac{3}{2}\right)^{15} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^5 \right] \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \right\} : \left(-\frac{3}{2}\right)^{28} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^7 =$$

$$= \left\{ \left(\frac{3}{2}\right)^{23} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \right\} : \left(-\frac{3}{2}\right)^{28} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^7 =$$

Ricondurre alla stessa base (base invertita 2) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$

Si è riscritta la base data, che era l'inversa di quelle che le compaiono a fianco, girando la frazione e cambiando segno all'esponente
(in questo caso da positivo a negativo)

$$= \left\{ \left(\frac{3}{2}\right)^{23} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \right\} : \left(-\frac{3}{2}\right)^{28} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^7 =$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^{21} : \left(-\frac{3}{2}\right)^{28} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^7 =$$

Ricondurre alla stessa base (base negativa 1) $\left(-\frac{3}{2}\right)^{28} = \left(\frac{3}{2}\right)^{28}$

In caso di esponente pari, si può trasformare in positivo il segno meno della base

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^{21} : \left(\frac{3}{2}\right)^{28} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^7 =$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^{-7} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^7 =$$

Ricondurre alla stessa base (base negativa 2) $\left(-\frac{3}{2}\right)^7 = -\left(\frac{3}{2}\right)^7$

In caso di esponente dispari, si può portare il segno meno della base fuori dalla potenza (ciò, in conclusione, ha l'effetto di cambiare segno al prodotto/quotiente di cui fa parte la potenza)

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^{-7} \cdot \left[-\left(\frac{3}{2}\right)^7\right] = -\left(\frac{3}{2}\right)^0 = -1.$$

$$\begin{aligned} & \bullet \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{25} \cdot 3\right)^2 \cdot \left(2 + \frac{7}{9}\right) \cdot \left(\frac{3^6 : 3^4}{2 \cdot 3^{-1}}\right)^3 \cdot 6^2 = \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3^2}{5^2} \cdot 3\right)^2 \cdot \left(\frac{18+7}{9}\right) \cdot \left(\frac{3^2}{2 \cdot 3^{-1}}\right)^3 \cdot 6^2 = \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3^3}{5^2}\right)^2 \cdot \left(\frac{25}{9}\right) \cdot \left(\frac{3^3}{2}\right)^3 \cdot 6^2 = \end{aligned}$$

Distribuire l'esponente (quotiente) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3}$

La proprietà delle potenze (5) consente, in caso di potenza di un quoziente, di distribuire l'esponente a numeratore e denominatore

$$= \frac{2^3}{3^3} \cdot \frac{3^6}{5^4} \cdot \frac{5^2}{3^2} \cdot \frac{3^9}{2^3} \cdot 6^2 =$$

$$= \frac{2^3}{3^3} \cdot \frac{3^6}{5^4} \cdot \frac{5^2}{3^2} \cdot \frac{3^9}{2^3} \cdot (2 \cdot 3)^2 =$$

Distribuire l'esponente (prodotto) $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2$

La proprietà delle potenze (4) consente, in caso di potenza di un prodotto, di distribuire l'esponente a ciascun fattore

$$= \frac{2^3}{3^3} \cdot \frac{3^{6+1}}{5^{4+2}} \cdot \frac{5^2}{3^2} \cdot \frac{3^9}{2^3} \cdot 2^2 \cdot 3^2 = \frac{2^2 \cdot 3^{11}}{5^2}.$$