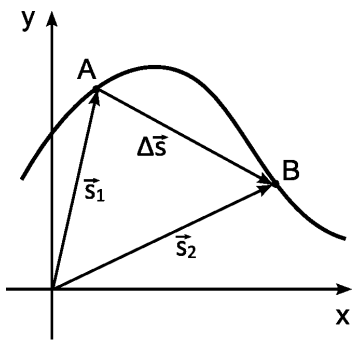
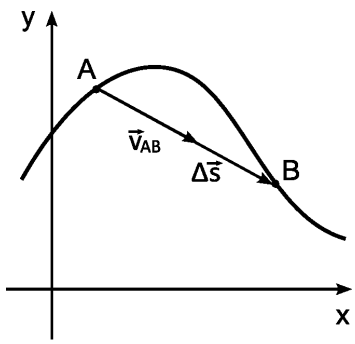
CINEMATICA NEL PIANO



- **Vettore spostamento**

$$\Delta\vec{s} = \vec{s}_2 - \vec{s}_1$$

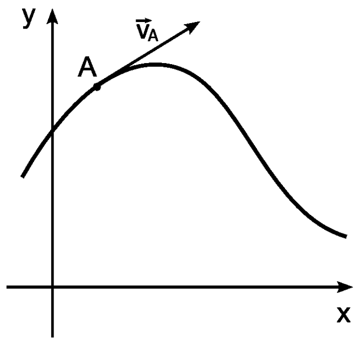
Il vettore spostamento è la differenza vettoriale tra il vettore posizione finale e il vettore posizione iniziale.



- **Velocità media**

$$\vec{v}_{AB} = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}$$

La velocità media è il rapporto tra il vettore spostamento $\Delta\vec{s}$ e l'intervallo di tempo Δt in cui è avvenuto lo spostamento.

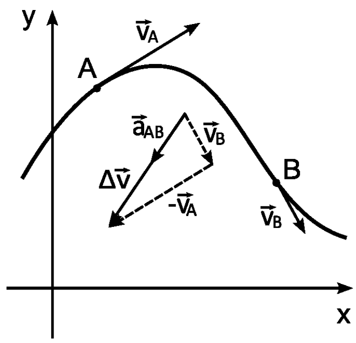


- **Velocità istantanea**

$$\vec{v}_A = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}$$

La velocità istantanea è pari alla velocità media calcolata in un intervallo di tempo sempre più piccolo, cioè con una posizione finale B molto vicina a quella iniziale A. La direzione di $\Delta\vec{s}$ tende così a quella della tangente alla traiettoria nel punto A.

- Il vettore velocità istantanea ha direzione tangente alla traiettoria e verso analogo a quello di avanzamento.



- **Accelerazione media**

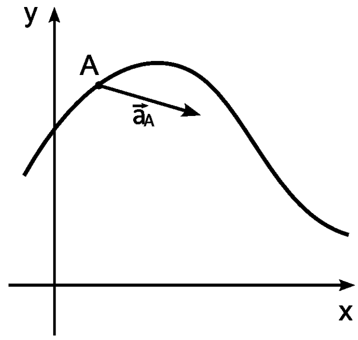
$$\vec{a}_{AB} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

L'accelerazione media è il rapporto tra la variazione vettoriale $\Delta\vec{v}$ della velocità e l'intervallo di tempo Δt in cui è avvenuta la variazione.

- L'accelerazione misura la variazione di velocità nell'unità di tempo. In particolare misura:
  - la variazione di direzione della velocità (che si verifica in qualunque moto curvilineo),
  - la variazione di intensità della velocità (che può anche essere nulla, in caso di moto uniforme).

  Per questo in un moto non rettilineo, dove la velocità cambia continuamente direzione, anche nel caso in cui il moto sia uniforme l'accelerazione è diversa da zero.

- **Accelerazione istantanea**



$$\vec{a}_A = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

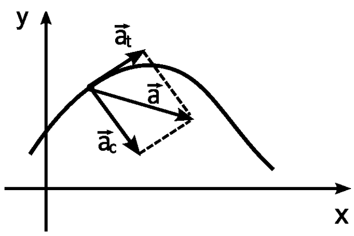
L'accelerazione istantanea è pari all'accelerazione media calcolata in un intervallo di tempo sempre più piccolo, cioè con una posizione finale B molto vicina a quella iniziale A.

- Il vettore accelerazione istantanea si può scomporre in due vettori componenti:

$$\vec{a} = \vec{a}_c + \vec{a}_t$$

  - l'accelerazione centripeta istantanea $\vec{a}_c$ (che misura le variazioni della direzione della velocità), perpendicolare alla traiettoria,
  - l'accelerazione tangenziale istantanea $\vec{a}_t$ (che misura le variazioni dell'intensità della velocità), parallela alla traiettoria.

Se il moto è rettilineo la direzione di $\vec{v}$ è costante, quindi $\vec{a}_c = 0$, e quindi si ha che $\vec{a} = \vec{a}_t$ è tangente alla traiettoria.
Se il moto è uniforme l'intensità di $\vec{v}$ è costante, quindi $\vec{a}_t = 0$, e quindi si ha che $\vec{a} = \vec{a}_c$ è perpendicolare alla traiettoria.
In generale, se il moto non è rettilineo nè unifome, $\vec{a}$ non è nè tangente, nè perpendicolare alla traiettoria.



- **Moto circolare**
Il *moto circolare* è il moto di un punto che si muove su una traiettoria circolare.
Il moto circolare si dice *uniforme* se la velocità istantanea è costante in modulo (in tal caso tale velocità viene detta tangenziale, per distinguerla dalla velocità angolare).

- **Moto circolare: radiante**
L'ampiezza di un angolo in radianti equivale al rapporto tra la lunghezza dell'arco su cui esso insiste e la misura del raggio.
Esiste una proporzionalità tra le misure dell'angolo in gradi e quelle in radianti:

$$\theta_{rad} : \theta^\circ = 2\pi : 360^\circ$$

- **Moto circolare: velocità angolare**
In un moto circolare, la velocità angolare media è definita come il rapporto tra l'angolo al centro $\Delta\theta$ descritto nell'intervallo di tempo Δt e l'intervallo di tempo stesso:

$$\omega_{AB} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

L'unità di misura della velocità angolare è rad/s.
La velocità angolare istantanea è pari alla velocità angolare media calcolata in un intervallo di tempo sempre più piccolo.

$$\omega_A = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

- **Moto circolare: accelerazione angolare**
  In un moto circolare, l'accelerazione angolare media è definita come il rapporto tra la variazione di velocità angolare $\Delta\omega$ e l'intervallo di tempo Δt in cui è avvenuta la variazione:
  $$\alpha_{AB} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$
  L'unità di misura dell'accelerazione angolare è rad/s^2.
  L'accelerazione angolare istantanea è pari all'accelerazione angolare media calcolata in un intervallo di tempo sempre più piccolo.
  $$\alpha_A = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

- Nel moto circolare, vale la seguente relazione tra velocità istantanea e velocità angolare istantanea
  $$v = \omega\, r$$
  e la seguente relazione tra la componente tangenziale dell'accelerazione istantanea e accelerazione angolare istantanea
  $$a_t = \alpha\, r$$

- **Moto circolare uniforme: periodo e frequenza**
  In un moto circolare uniforme, si dice *periodo* e si indica con T il tempo impiegato per percorrere un giro completo. L'unità di misura del periodo è s.
  In un moto circolare uniforme, si dice *frequenza* e si indica con f il numero di giri percorsi in un secondo. L'unità di misura della frequenza è s^{-1}, o Hz (Hertz).
  Vale la seguente relazione:
  $$f = \frac{1}{T}$$

- **Moto circolare uniforme: velocità tangenziale**
  In un moto circolare uniforme, la velocità tangenziale è costante in modulo e vale:
  $$v = \frac{2\pi r}{T}$$

- **Moto circolare uniforme: velocità angolare**
  In un moto circolare uniforme, la velocità angolare è costante in modulo e vale:
  $$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

- **Moto circolare uniforme: accelerazione centripeta**
  In un moto circolare uniforme, la componente tangenziale dell'accelerazione è nulla quindi l'accelerazione coincide con l'accelerazione centripeta. L'accelerazione centripeta è costante in modulo e vale:
  $$a_c = \frac{v^2}{r} \qquad \text{o anche} \qquad a_c = \omega^2 r$$

- **Equazioni del moto circolare uniforme**
  Fissato un opportuno sistema di riferimento sulla circonferenza (a sinistra: in m, a destra: in rad):
  $$s = v\,t + s_0 \qquad\qquad \theta = \omega\,t + \theta_0$$

- **Equazioni del moto circolare uniformemente accelerato**
  Fissato un opportuno sistema di riferimento sulla circonferenza (a sinistra: in m, a destra: in rad):
  $$\begin{cases} s = \frac{1}{2}\,a_t\,t^2 + v_0\,t + s_0 \\ v = a_t\,t + v_0 \end{cases} \qquad\qquad \begin{cases} \theta = \frac{1}{2}\,\alpha\,t^2 + \omega_0\,t + \theta_0 \\ \omega = \alpha\,t + \omega_0 \end{cases}$$