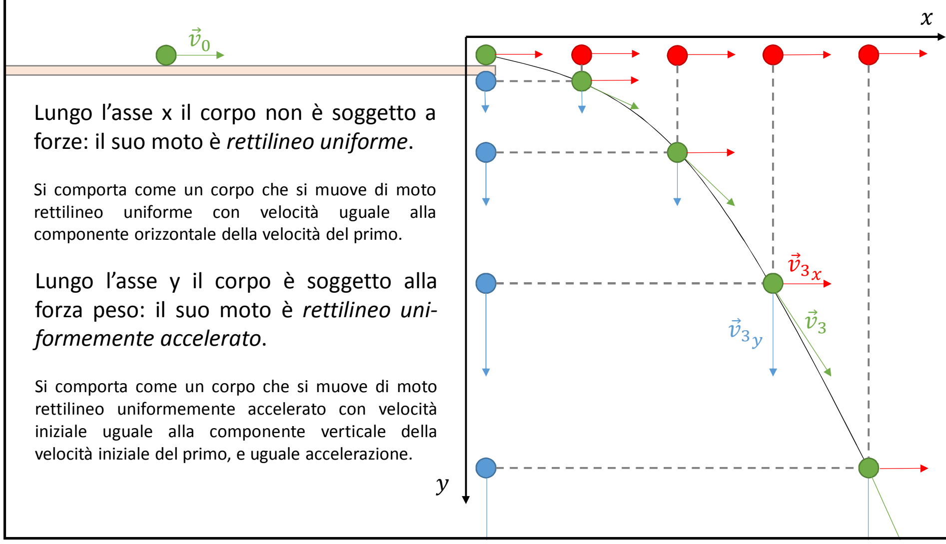
COMPOSIZIONE DEI MOTI E MOTO PARABOLICO

Indipendenza dei moti simultanei

Se un corpo è animato contemporaneamente da due movimenti, ciascuno dei due continua ad essere caratterizzato dalle stesse leggi che lo regolano quando si svolge da solo.



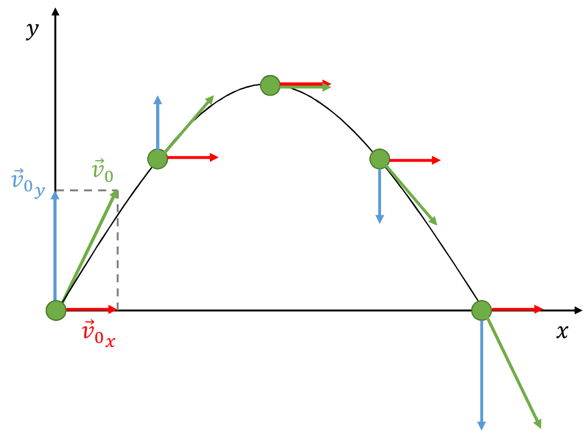
Lungo l'asse x il corpo non è soggetto a forze: il suo moto è *rettilineo uniforme*.

Si comporta come un corpo che si muove di moto rettilineo uniforme con velocità uguale alla componente orizzontale della velocità del primo.

Lungo l'asse y il corpo è soggetto alla forza peso: il suo moto è *rettilineo uniformemente accelerato*.

Si comporta come un corpo che si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato con velocità iniziale uguale alla componente verticale della velocità iniziale del primo, e uguale accelerazione.

Esempio 1: il moto parabolico



Lungo l'asse x il corpo non è soggetto a forze: il suo moto è *rettilineo uniforme*.

$$x(t) = v_{0_x}t + x_0$$

$$v_x(t) = v_{0_x} = cost.$$

$$a_x(t) = 0$$

Lungo l'asse y il corpo è soggetto alla forza peso: il suo moto è *rettilineo uniformemente accelerato*.

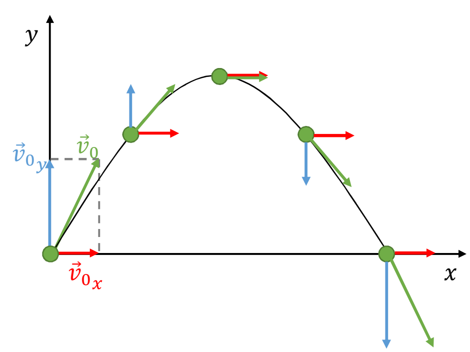
$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0_y}t + y_0$$

$$v_y(t) = -gt + v_{0_y}$$

$$a_y(t) = -g$$

NB: le equazioni a destra descrivono la posizione e la velocità del corpo *in funzione del tempo*.

Esempio 1: il moto parabolico



Equazione della traiettoria

Si ottiene dalle leggi orarie:

$$\begin{cases} x(t) = v_{0_x}t \implies t = \dfrac{x}{v_{0_x}} \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_{0_y}t \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_{0_x}}\right)^2 + v_{0_y}\frac{x}{v_{0_x}}$$

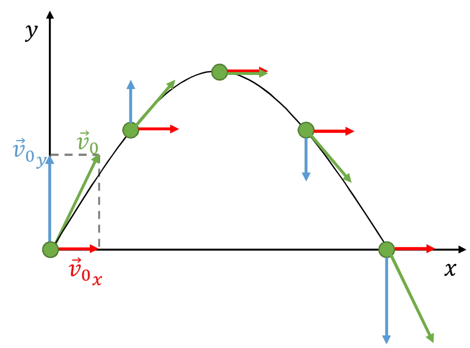
$$\Downarrow$$

$$\boxed{y = -\frac{g}{2v_{0_x}^2}x^2 + \frac{v_{0_y}}{v_{0_x}}x}$$

E' l'equazione di una parabola.

NB: fissa un conveniente sistema di riferimento (scegli dove posizionare l'origine e in che verso orientare gli assi).
Controlla che l'equazione della parabola che ottieni rispetti il disegno!

Esempio 1: il moto parabolico



NB: come in tutti i moti sul piano, il vettore velocità è sempre tangente alla traiettoria.

Velocità

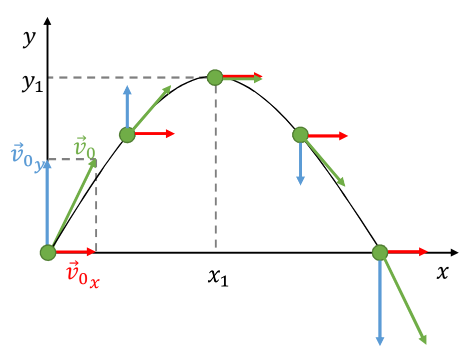
Sono note le componenti della velocità in funzione del tempo:

$$\begin{cases} v_x(t) = v_{0_x} = cost. \\ v_y(t) = -gt + v_{0_y} \end{cases}$$

Per il teorema di Pitagora (le componenti formano i lati di un rettangolo, la velocità totale è la diagonale):

$$\boxed{v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}}$$

Esempio 1: il moto parabolico



NB: per il principio di indipendenza dei moti simultanei, il tempo che il proiettile impiega a raggiungere il punto di massima altezza è uguale al tempo che impiegherebbe un corpo lanciato in verticale a velocità v_{0_y}.

Punto di massima altezza (tempo)

Il punto di massima altezza è il vertice della parabola.

Visto che nel punto di massima altezza la componente verticale della velocità si annulla, possiamo ricavare t_1 dalla condizione:

$$v_y(t) = 0$$

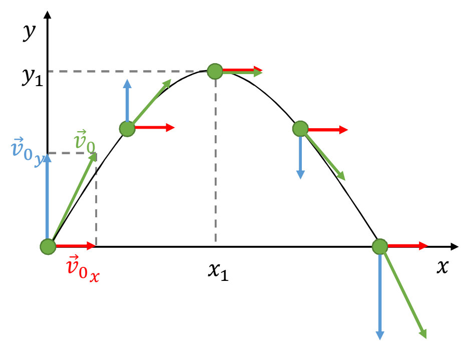
$$\Downarrow \quad v_y(t) = -gt + v_{0_y}$$

$$-gt + v_{0_y} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{t_1 = \frac{v_{0_y}}{g}}$$

Esempio 1: il moto parabolico



Punto di massima altezza (coord)

Conoscendo t_1, si possono ricavare x_1 e y_1 dalle leggi orarie del corpo:

$$\begin{cases} x(t) = v_{0_x} t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_{0_y} t \end{cases}$$

$$\Downarrow \quad t_1 = \frac{v_{0_y}}{g}$$

$$x(t_1) = v_{0_x} \frac{v_{0_y}}{g} = \boxed{\frac{v_{0_x} v_{0_y}}{g}}$$

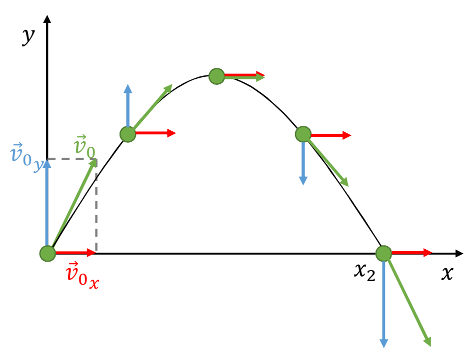
$$y(t_1) = -\frac{1}{2} g \left(\frac{v_{0_y}}{g}\right)^2 + v_{0_y} \frac{v_{0_y}}{g} =$$

$$= -\frac{{v_{0_y}}^2}{2g} + \frac{{v_{0_y}}^2}{g} = \boxed{\frac{{v_{0_y}}^2}{2g}}$$

NB: è possibile ricavare x_1 e y_1 anche tramite le formule per le coordinate del vertice della parabola:

$$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

Esempio 1: il moto parabolico



Gittata (tempo)

Visto che in x_2 si ha che $y = 0$, possiamo ricavare t_2 dalla condizione:

$$y(t) = 0$$

$$\Downarrow \quad y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_{0_y} t$$

$$-\frac{1}{2} g t^2 + v_{0_y} t = 0$$

$$\Downarrow$$

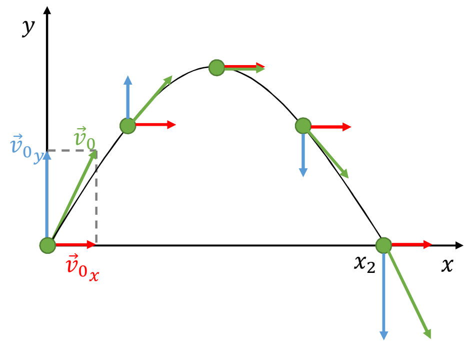
$$t\left(-\frac{1}{2} g t + v_{0_y}\right) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$t_2 = 0 \quad V \quad \boxed{t_2 = \frac{2 v_{0_y}}{g}}$$

NB: se il corpo parte da terra, il tempo in cui torna a terra sarà uguale al doppio del tempo in cui raggiunge il punto di massima altezza, t_1.

Esempio 1: il moto parabolico



NB: se il corpo parte da terra, la gittata sarà uguale al doppio dell'ascissa del punto di massima altezza, x_1.

NB: è possibile ricavare x_2 anche intersecando l'equazione della parabola con quella dell'asse x.

Gittata (coord)

Conoscendo t_2, si può ricavare x_2 dalla legge oraria del corpo:

$$x(t) = v_{0_x} t$$

$$\Downarrow \quad t_2 = \frac{2v_{0_y}}{g}$$

$$x(t_2) = v_{0_x} \frac{2v_{0_y}}{g} = \boxed{\frac{2v_{0_x} v_{0_y}}{g}}$$