Grafici di derivate e primitive

• Da $f(x)$ a $f'(x)$

Il valore dell'inclinazione m del grafico di $f(x)$ in un punto c corrisponde al valore assunto dalla funzione derivata in c.

$$m = f'(c)$$

1. *Negli intervalli in cui f è <u>crescente</u>, f' è <u>positiva</u> (e maggiore è l'inclinazione, più in alto sale f').*

   Negli intervalli in cui f è <u>decrescente</u>, f' è <u>negativa</u> (e maggiore è l'inclinazione, più in basso scende f').

   Dove f presenta un <u>punto stazionario</u>, f' <u>interseca l'asse x</u>.

2. *Negli intervalli in cui f ha <u>concavità rivolta verso l'alto</u>, f' <u>cresce</u>.*

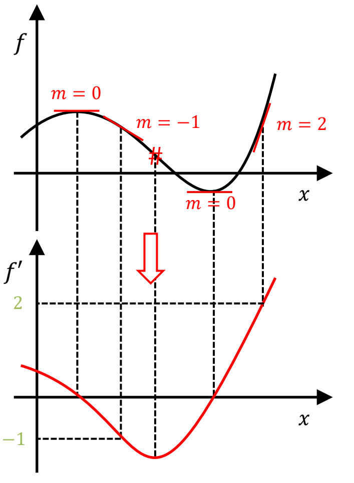
   Negli intervalli in cui f ha <u>concavità rivolta verso il basso</u>, f' <u>decresce</u>.

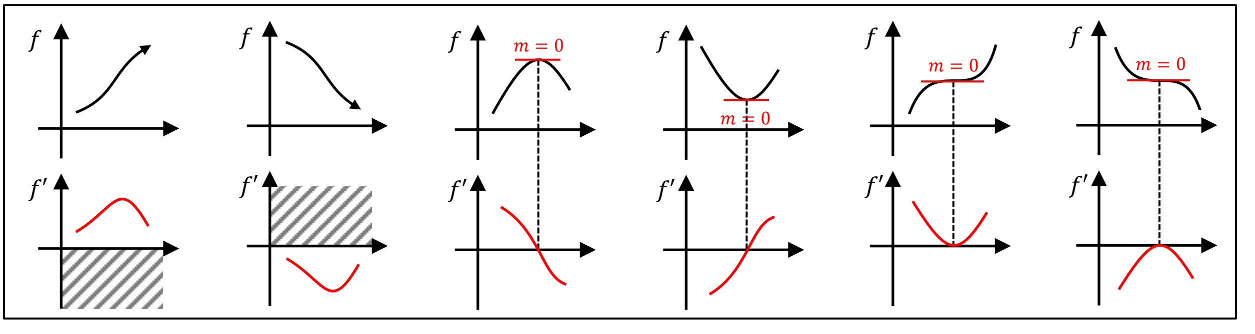
   Dove f presenta un <u>flesso obliquo</u>, f' presenta un <u>massimo o un minimo</u>.

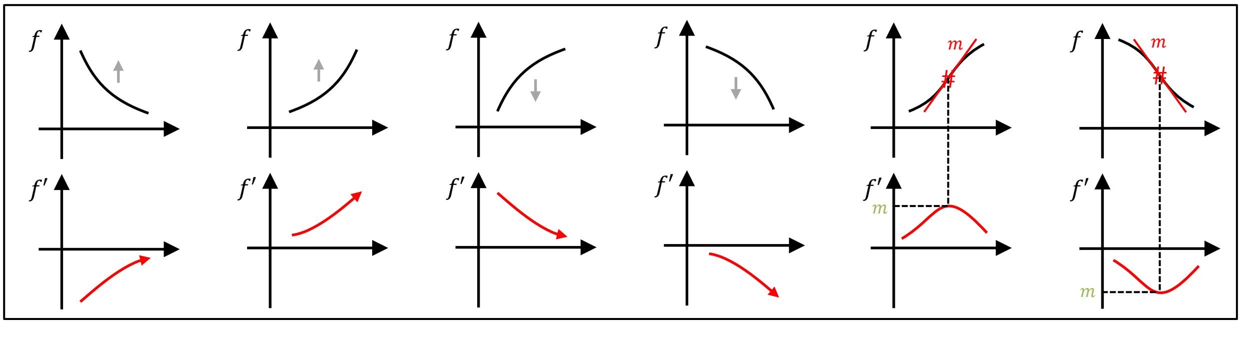
3. *Negli intervalli in cui f <u>non è derivabile</u>, f' è <u>discontinua</u>.*

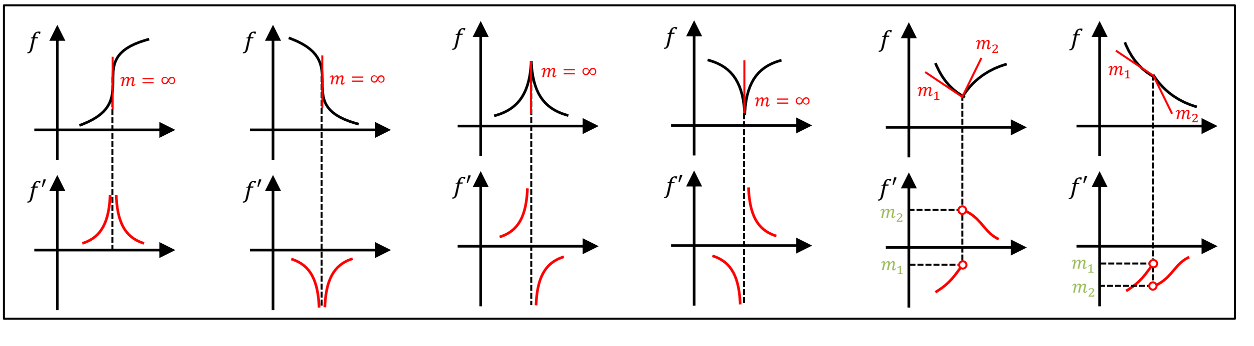
   Dove f presenta un <u>flesso verticale o una cuspide</u>, f' <u>tende a infinito</u>.

   Dove f presenta un <u>punto angoloso</u>, f' è <u>discontinua</u>.









Considerando che $f(x)$ è la primitiva di $f'(x)$, quanto verrà detto nel paragrafo successivo è utile anche per determinare il grafico di $f'(x)$:

1. *Negli intervalli in cui $\int_a^b f'(x)\,dx$ è <u>positivo</u>, da un estremo all'altro f <u>accresce il suo valore</u> (e maggiore è l'area, più in alto sale f).*

   Negli intervalli in cui $\int_a^b f'(x)\,dx$ è <u>negativo</u>, da un estremo all'altro f <u>decresce il suo valore</u> (e maggiore è l'area, più in basso scende f).

   Negli intervalli in cui $\int_a^b f'(x)\,dx$ è <u>nullo</u>, da un estremo all'altro f <u>mantiene il suo valore</u>.

• Da $f(x)$ a $F(x)$

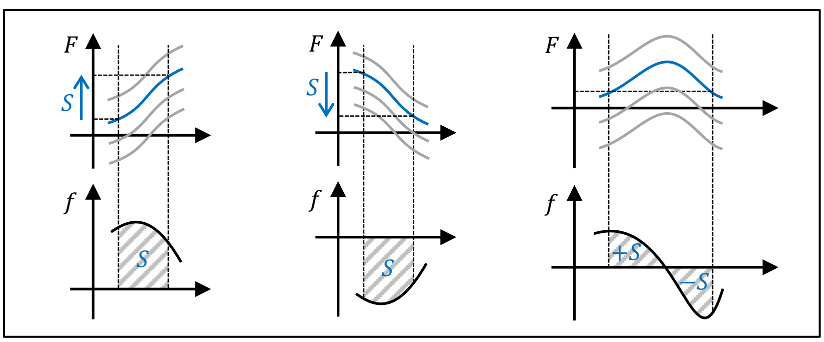
Il valore dell'area sottesa al grafico di $f(x)$ in un intervallo $[a,b]$ corrisponde alla variazione della funzione $F(x)$ nell'intervallo $[a,b]$. Esistono infinite funzioni che soddisfano questa condizione.

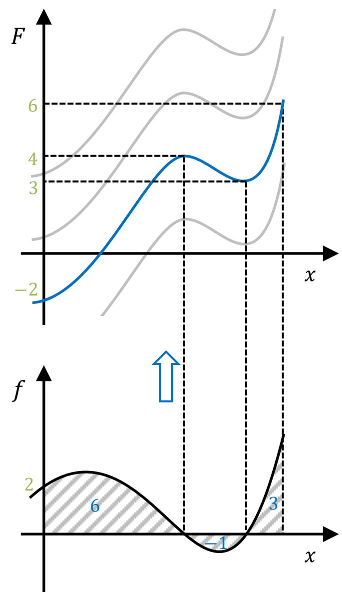
$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

1. *Negli intervalli in cui $\int_a^b f(x)\,dx$ è <u>positivo</u>, da un estremo all'altro F <u>accresce il suo valore</u> (e maggiore è l'area, più in alto sale F).*

   Negli intervalli in cui $\int_a^b f(x)\,dx$ è <u>negativo</u>, da un estremo all'altro F <u>decresce il suo valore</u> (e maggiore è l'area, più in basso scende F).

   Negli intervalli in cui $\int_a^b f(x)\,dx$ è <u>nullo</u>, da un estremo all'altro F <u>mantiene il suo valore</u>.





Considerando che $f(x)$ è la derivata di $F(x)$, quanto detto nel paragrafo precedente è utile anche per determinare il grafico di $F(x)$:

1. *Negli intervalli in cui f è <u>positiva</u>, F è <u>crescente</u> (e più in alto sale, maggiore è l'inclinazione di F).*

   Negli intervalli in cui f è <u>negativa</u>, F è <u>decrescente</u> (e più in basso scende, maggiore è l'inclinazione di F).

   Dove f <u>interseca l'asse x</u>, F presenta un <u>punto stazionario</u>.

2. *Negli intervalli in cui f <u>cresce</u>, F ha <u>concavità rivolta verso l'alto</u>.*

   Negli intervalli in cui f <u>decresce</u>, F ha <u>concavità rivolta verso il basso</u>.

   Dove f presenta un <u>massimo o un minimo</u>, F presenta un <u>flesso obliquo</u>.

3. *Negli intervalli in cui f è <u>discontinua</u>, F <u>non è derivabile</u>.*

   Dove f <u>tende a infinito</u>, F presenta un <u>flesso verticale o una cuspide</u>.

   Dove f è <u>discontinua</u>, F presenta un <u>punto angoloso</u>.