

CAPITOLO 2

L'INCERTEZZA DELLA MISURA

CARATTERISTICHE DI UNO STRUMENTO DI MISURA

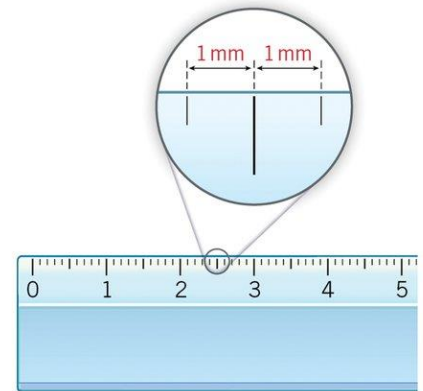
Portata

La portata di uno strumento è il più grande valore che lo strumento può misurare.



Sensibilità

La sensibilità di uno strumento è il più piccolo valore della grandezza che lo strumento può distinguere.



Prontezza

La prontezza di uno strumento indica la rapidità con cui esso risponde ad una variazione della quantità da misurare.



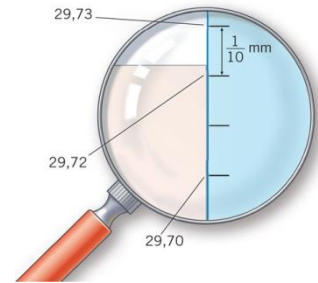
L'INCERTEZZA DELLA MISURA

E' impossibile fare una misura esatta.

L'incertezza della misura può essere dovuta a:

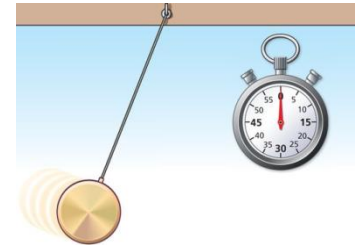
1. Incertezza dello strumento

Dovuta alla limitata sensibilità dello strumento.



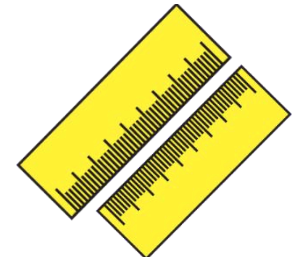
2. Errori casuali

Variano in modo imprevedibile, alcune volte sono per difetto e altre per eccesso.



3. Errori sistematici

Avvengono sempre nello stesso senso.



COME ESPRIMERE UNA MISURA

$$L = \bar{x} \pm \Delta x$$

↓ valore probabile

↑ Incertezza assoluta

Caso 1 - misura singola

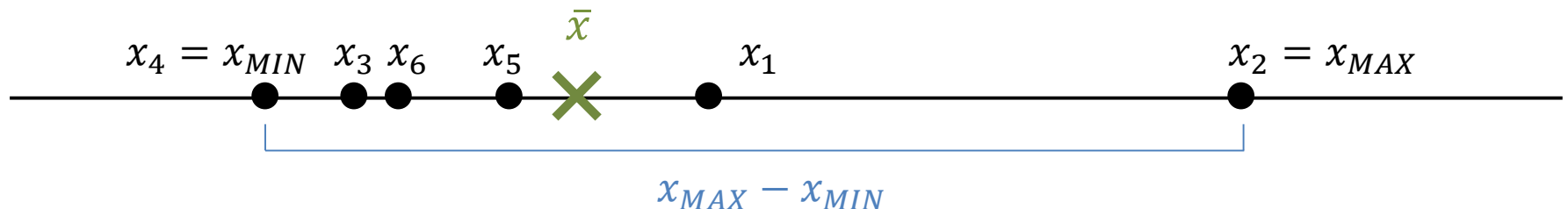
\bar{x} = valore letto sullo strumento

Δx = sensibilità dello strumento*

Caso 2 - misure ripetute

\bar{x} = media delle misure = $\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$
(la media riduce gli errori casuali)

Δx = semidispersione* = $\frac{x_{MAX} - x_{MIN}}{2}$
(se le misure sono molto disperse, l'incertezza è alta)



* o valore stabilito con buon senso

CIFRE SIGNIFICATIVE

149,31

c. s. = 5

Tutte le cifre di un numero sono cifre significative, con le seguenti eccezioni:

- Gli *zeri compresi* tra altre cifre diverse da zero sono cifre significative.

203,004

c. s. = 6

- Gli *zeri a sinistra* non sono cifre significative.

0,00301

c. s. = 3

- Gli *zeri a destra*...

...sono cifre significative se è presente la virgola

790,00

c. s. = 5

...non sono cifre significative se non è presente la virgola

55100

c. s. = 3

APPROSSIMARE UNA MISURA

Un numero può essere arrotondato fino ad una certa **posizione decimale**.

- Se la **cifra a destra** è maggiore o uguale a 5, si approssima per eccesso.
- Se la **cifra a destra** è minore di 5, si approssima per difetto.

$$193,4|8 \rightarrow 193,5$$

$$193|48 \rightarrow 193$$

$$19|3,48 \rightarrow 190$$

$$1|93,48 \rightarrow 200$$

1) Di norma, l'incertezza assoluta di una misura va approssimata fino ad avere una sola cifra significativa.

$$(204,736 \pm 0,3|51) \text{ cm} \rightarrow (204,736 \pm 0,4) \text{ cm} \rightarrow$$

3 c.s. 1 c.s.

2) In seguito il valore probabile della misura va approssimato fino alla posizione decimale che corrisponde alla posizione della cifra significativa dell'incertezza.

$$\rightarrow (204,7|36 \pm 0,4) \text{ cm} \rightarrow (204,7 \pm 0,4) \text{ cm}$$

↑ ↑
decimi decimi

OPERAZIONI CON LE CIFRE SIGNIFICATIVE

Moltiplicazione e divisione per una costante

Il risultato va approssimato fino ad avere lo stesso numero di cifre significative della misura.

$$\underset{3 \text{ c.s.}}{14,5} : 7 = 2,07\overline{14285} \dots \approx \underset{3 \text{ c.s.}}{2,07}$$

Moltiplicazione e divisione

Il risultato va approssimato fino ad avere lo stesso numero di cifre significative della misura che ne ha di meno.

$$\underset{3 \text{ c.s.}}{20,2} \cdot \underset{2 \text{ c.s.}}{0,012} \cdot \underset{4 \text{ c.s.}}{64,10} = 15\overline{53784} \approx \underset{2 \text{ c.s.}}{16}$$

Addizione e sottrazione

Il risultato va approssimato fino alla cifra decimale che occupa la stessa posizione di quella più a sinistra tra le ultime cifre significative delle misure.

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{centesimi}}}{15,85} - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{millesimi}}}{0,062} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{unità}}}{31} = 46\overline{788} \approx \underset{\substack{\uparrow \\ \text{unità}}}{47}$$

PROPAGAZIONE DEGLI ERRORI

Se una misura non è diretta (cioè si ricava con operazioni algebriche a partire da altre misure A e B), la sua incertezza si ricava nel modo seguente.

$$A = \bar{A} \pm \Delta A$$
$$B = \bar{B} \pm \Delta B$$

OPERAZIONE	VAL. PROB.	INCERTEZZA
Prodotto per costante	$A \cdot k = \bar{A} \cdot k \pm$	$\Delta A \cdot k$
Divisione per costante	$A : k = \bar{A} : k \pm$	$\Delta A : k$
Somma	$A + B = \bar{A} + \bar{B} \pm$	$\Delta A + \Delta B$
Differenza	$A - B = \bar{A} - \bar{B} \pm$	$\Delta A + \Delta B$
Prodotto	$A \cdot B = \bar{A} \cdot \bar{B} \pm$	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \left(\frac{\Delta A}{\bar{A}} + \frac{\Delta B}{\bar{B}} \right)$
Divisione	$A : B = \bar{A} : \bar{B} \pm$	$\frac{\bar{A}}{\bar{B}} \cdot \left(\frac{\Delta A}{\bar{A}} + \frac{\Delta B}{\bar{B}} \right)$

Qual è la misura più «precisa»?



$$L_1 = 385\,000 \pm 5\,000 \text{ km}$$

$$E_{r_1} = \frac{5\,000}{385\,000} \approx 0,013$$

$$L_2 = 10 \pm 1 \text{ mm}$$

$$E_{r_2} = \frac{1}{10} \approx 0,1$$

INCERTEZZA RELATIVA E PERCENTUALE

Incertezza relativa

L'incertezza relativa di una misura è il rapporto tra l'incertezza assoluta Δx e il valore probabile \bar{x} .

$$E_r = \frac{\Delta x}{\bar{x}}$$

Incertezza percentuale

L'incertezza percentuale di una misura è l'incertezza relativa, espressa in forma percentuale.

$$E_p = E_r \cdot 100$$


Nota Bene


- L'incertezza relativa e l'incertezza percentuale sono adimensionali.

NOTAZIONE SCIENTIFICA

Un numero si dice scritto in *notazione scientifica* se è il prodotto di:

- Un *coefficiente* (con una cifra diversa da zero prima della virgola)
- Una *potenza di 10*

$$9134,8 = 9,1348 \cdot 10^3$$


$$0,00341 = 3,41 \cdot 10^{-3}$$


L'*ordine di grandezza* del numero è la potenza di 10 che meglio approssima quel numero.

$$4,971 \cdot 10^3 \rightarrow \text{o. d. g.} = 10^3$$

Se il coefficiente è minore di 5, si approssima per difetto.

(l'o.d.g. è la potenza di 10 che compare nella scrittura in not. sci.)

$$6,971 \cdot 10^3 \rightarrow \text{o. d. g.} = 10^4$$

Se il coefficiente è maggiore o uguale a 5, si approssima per eccesso.

(l'o.d.g. è la potenza di 10 della not. sci. con l'esponente incrementato di 1)

OPERAZIONI CON NUMERI IN NOTAZIONE SCIENTIFICA

Alcune proprietà delle potenze:

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad a^m : a^n = a^{m-n} \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(3 \cdot 10^4) \times (5 \cdot 10^2) = 15 \cdot 10^{4+2} = 15 \cdot 10^6$$

$$(9 \cdot 10^5) : (3 \cdot 10^2) = 3 \cdot 10^{5-2} = 3 \cdot 10^3$$

$$(2 \cdot 10^4)^3 = 8 \cdot 10^{4 \times 3} = 8 \cdot 10^{12}$$

Per le somme e differenze devi rendere le potenze di 10 identiche:

$$(2 \cdot 10^5) + (3 \cdot 10^6) \neq 5 \cdot 10^{11}$$

$$(2 \cdot 10^5) + (3 \cdot 10^6) = (2 \cdot 10^5) + (30 \cdot 10^5) = 32 \cdot 10^5$$