

ESERCIZI PER IL RECUPERO DI MATEMATICA

1. Semplifica le seguenti espressioni, utilizzando le proprietà delle potenze dove possibile.

$$a) 2^7 \cdot 3^7 : (-6)^5 + (2^2)^2 : 2^2 = \left[\left(\frac{25}{4} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{5}{2} \right)^2 \right]^4 : \left[\left(-\frac{2}{5} \right)^5 \cdot \frac{2}{5} \right] = \left(-\frac{3}{2} \right) \cdot \left(\frac{9}{4} \right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{-7} : \left(-\frac{3}{2} \right)^{12} =$$

$$b) \{ [(-2^3)^2 \cdot (-2^2)^3 \cdot 2^{-9}] : (1^7 + 2^7 : 2^7) \} : [(2^3)^4 : (2 \cdot 2^2)^2 : (2^2 : 2^{-3})] - (-1)^6 =$$

$$c) - \left[\left(-\frac{3}{4} \right)^2 \right]^2 \cdot \left(-1 - \frac{1}{3} \right)^{-4} : \left(\left(1 - \frac{1}{4} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{7}{4} \right)^5 : \left(-\frac{3}{4} \right)^4 \right)^2 - \left[- \left(\frac{3}{(-2)^2} \right)^5 \cdot \left(\frac{4}{3} \right)^2 \right] \cdot \left(\frac{3}{4} \right)^{-3} =$$

2. Semplifica le seguenti espressioni.

$$a) [3ax^2(-a^3)^2](-a^2x^5)^3 : [(-ax^2)^3]^2 + 2a^7x^5 = a^2(a-3) - (a-3)[(-2a)^2 + 3a(-a) - 1] =$$

$$b) 3a + [a^2 - a(3+a)](a-b+1) - 3a(b-a+a^5b^5) - b^3(-2a^3b)^2 =$$

$$c) [(4xy(x^3y^3)^2 : xy^5) - (x^4 - 2xy)(-2xy)^2] - (2xy - 1)[x^2(-2y)^2 + 1 + 2xy] =$$

3. Semplifica le seguenti espressioni, utilizzando dove possibile i prodotti notevoli.

$$a) (a^3 - 2)(a^3 + 2)(4 + a^6) = 4 \left(\frac{1}{2}x - y^2 \right)^2 - (x - 2y^2 + 1)^2 = (a - b^2)^2 - (a + b^2)(a - b^2) =$$

$$b) \left\{ \left[2a^2 - \left(a - \frac{1}{2}b \right) \left(a + \frac{1}{2}b \right) \right]^2 - \frac{1}{16}b^4 \right\} - \left[\frac{1}{2}a^2(2a^2 + b^2) \right]^2 + 2a^3(3b - a) - 2a(b - a)^3 =$$

$$c) (a^2 - 2a)^3 + a(2a^2 + 3a)^2 - 2a^3 \left(2a - \frac{1}{2} \right)^2 - a^4(a+2)(a-12) - \frac{1}{3}a^3 - (7a^2 + 1)(-1 + 7a^2) =$$

4. Traduci in espressioni letterali le seguenti frasi, e poi sostituisci $a = 2$, $b = 0$ e $c = -1$.

a) Somma il doppio di a con i $\frac{2}{3}$ di c , e poi dividi il risultato per la metà del cubo della somma di a e b .

b) Moltiplica la somma dei $\frac{4}{5}$ di a e dei $\frac{3}{2}$ di c con il quadrato della differenza tra il cubo di c e b .

c) Dividi il quadrato della somma dei $\frac{2}{3}$ di a con b per i $\frac{5}{2}$ del cubo di c .

5. Rispondi alle seguenti domande riguardanti il teorema di Ruffini.

a) Calcola il resto della divisione $\left(\frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - x^2 + 2 \right) : (x + 3)$.

b) Determina per quale valore di a il polinomio $(x^3 - ax^2 + ax - 1)$ è divisibile per il polinomio $(x - 2)$. Esegui la divisione per confermare il tuo risultato.

c) Determina per quale valore di k il polinomio $(x^3 - 3x^2 + x + 2)$ è divisibile per il polinomio $(x - k)$. Esegui la divisione per confermare il tuo risultato.

6. Semplifica le seguenti espressioni.

$$a) \frac{x-5}{x^2+6x+9} : \frac{(x+2)(x^2+2x)}{x^2+4x+4} \cdot \left(\frac{x^2-9}{x^2-3x-10} \right) \cdot (x+2) =$$

$$b) \frac{m^2 - 4m + 3}{m^2 + 3m - 10} \cdot \frac{m^2 + 7m + 10}{(m-1)^2} : \left(\frac{m^2 - 9}{m^2 - 4} \right) =$$

$$c) \frac{1}{x^3 - x^2} \cdot \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + x - 2} \cdot \frac{x^2 + 2x}{x - 1} \cdot \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 3} =$$

7. Risolvi le seguenti equazioni fratte.

$$a) \frac{x+4}{x+1} + \frac{x-4}{x-1} = 2 \qquad \frac{x}{x-3} - \frac{1-x}{3x-x^2} - \frac{1}{x} = 1 \qquad \frac{x+3}{x-2} - \frac{x+4}{x+2} = \frac{2(x+7)}{x^2-4}$$

$$b) \frac{1+x}{2x+4} - \frac{1}{x^2+2x} + \frac{x+1}{2x} = 1 \qquad \frac{x}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x^2+4x+4} = 0$$

$$c) \frac{3}{x^2-1} + \frac{3}{x^2-x-2} = \frac{1}{x^2-3x+2} \qquad \frac{x+1}{3(x-1)} - \frac{1+2x}{x+1} = \frac{3x-5x^2+6}{3x^2-3}$$

8. Risolvi i seguenti problemi.

- Sommando 3 al triplo di un numero si ottiene la somma tra $\frac{4}{5}$ del numero stesso e il suo quadruplo diminuito di 6.
- La somma di un numero e del suo successivo, diminuita di 3, è uguale alla differenza tra il triplo del maggiore dei due numeri e il doppio del minore dei due numeri, aumentato di 9.
- Il doppio della somma di due numeri consecutivi, diminuita di 2, è uguale ai $\frac{2}{3}$ della somma tra il triplo del minore e il doppio del maggiore dei due numeri.

9. Rispondi alle seguenti domande.

- Enuncia le proprietà della moltiplicazione.
- Enuncia le 5 proprietà delle potenze.
- Enuncia il teorema del resto e il teorema di Ruffini.
- Enuncia i 2 principi di equivalenza delle equazioni.

Soluzioni

- a) -32; -4/25; -9/4; b) -3; c) 7/16.
- a) $-a^7x^5$; $a-3$; b) $-7a^6b^5$; c) $x^4 - 2xy$.
- a) $a^{12} - 16$; $4y^2 - 2x - 1$; $2b^4 - 2ab^2$; b) $6a^2b^2 - 2ab^3$; c) $3a^4 + \frac{1}{6}a^3 + 1$.
- a) 5/6; b) 1/10; c) -32/45.
- a) -16; b) 7/2; c) 2.
- a) $(x-3)/x(x+3)$; b) $(m+2)^2/(m+3)(m+1)$; b) $(x+1)/x(x-1)$.
- a) imp; -4; 0; b) ind; imp; c) imp; imp.
- a) 5; b) 5; c) 2.