

ESERCIZI PER IL RECUPERO DI MATEMATICA

1. Semplifica le seguenti espressioni, utilizzando le proprietà delle potenze dove possibile.

$$a) 2^7 \cdot 3^7 : 6^5 + (2^2)^2 : 2^2 = \left[\left(\frac{5}{2} \right)^{-4} : \left(\frac{2}{5} \right)^2 \right]^4 : \left[\left(\frac{2}{5} \right)^5 \cdot \frac{2}{5} \right] = \left(\frac{3}{2} \right)^7 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{-7} : \left(\frac{3}{2} \right)^{13} =$$

$$b) \{[(2^3)^2 \cdot (2^2)^3 \cdot 2^{-9}] : (1^7 + 2^7 : 2^7)\} : [(2^3)^4 : (2 \cdot 2^2)^2 : (2^2 : 2^{-3})] =$$

$$c) - \left[\left(-\frac{3}{4} \right)^2 \right]^2 \cdot \left(-1 - \frac{1}{3} \right)^{-4} : \left(\left(\frac{1}{4} - 1 \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{7}{4} \right)^5 : \left(-\frac{3}{4} \right)^4 \right)^2 + \left[\left(\frac{3}{4} \right)^5 : \left(\frac{4}{3} \right)^{-2} \right] \cdot \left(\frac{3}{4} \right)^{-3} =$$

2. Semplifica le seguenti espressioni.

$$a) [3ax^2(-a^3)^2](-a^2x^5)^3 : [(-ax^2)^3]^2 + 2a^7x^5 = a^2(a-3) - (a-3)[(-2a)^2 + 3a(-a) - 1] =$$

$$b) 3a + [a^2 - a(3+a)](a-b+1) - 3a(b-a+a^5b^5) - b^3(-2a^3b)^2 =$$

$$c) [(4xy(x^3y^3)^2 : xy^5) - (x^4 - 2xy)(-2xy)^2] - (2xy - 1)[x^2(-2y)^2 + 1 + 2xy] =$$

3. Semplifica le seguenti espressioni, utilizzando dove possibile i prodotti notevoli.

$$a) (a^3 - 2)(a^3 + 2)(4 + a^6) = 4 \left(\frac{1}{2}x - y^2 \right)^2 - (x - 2y^2 + 1)^2 = (a - b^2)^2 - (a + b^2)(a - b^2) =$$

$$b) \left\{ \left[2a^2 - \left(a - \frac{1}{2}b \right) \left(a + \frac{1}{2}b \right) \right]^2 - \frac{1}{16}b^4 \right\} - \left[\frac{1}{2}a^2(2a^2 + b^2) \right]^2 + 2a^3(3b - a) - 2a(b - a)^3 =$$

$$c) (a^2 - 2a)^3 + a(2a^2 + 3a)^2 - 2a^3 \left(2a - \frac{1}{2} \right)^2 - a^4(a + 2)(a - 12) - \frac{1}{3}a^3 - (7a^2 + 1)(-1 + 7a^2) =$$

4. Scomponi i seguenti polinomi in fattori primi.

$$a) 2ab^2 - 4ab + 2a = a^4 + a^3x - a^2x - ax^2 = x^2 + 2x - 8 = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 =$$

$$b) 4x^4 - 64 = a^7 - ab^3 = x^3 + 7x^2 + 10x = a^2 + 4ax - 6a - 12x + 4x^2 + 9 =$$

$$c) 2a^6b^2 - 18x^2 = 8a^6 + b^9 = x^3 - x^2y - x^2 + xy = 2x^4 - 18x^3 + 16x^2 =$$

5. Calcola l'MCD e l'mcm dei seguenti polinomi.

$$a) 8 - 2x^2; \quad 4x^2 - 12x + 8; \quad x^2 - 4x + 4.$$

$$b) x^2 - 6x + 9; \quad 3x^2 - 15x + 18; \quad 3x^2 - 3x - 18.$$

$$c) 4x^3 - 4x; \quad x^3 - 4x^2 + 3x; \quad x^3 - 2x^2 + x.$$

6. Risolvi le seguenti equazioni.

$$a) \quad 3 - 2(x + 2) - (1 + 4x) = x - 2(2x + 1) \qquad \frac{6}{5} - \frac{7 - 3x}{5} = \frac{x + 1}{2} - 1$$

$$b) \quad x - 2(3 - 4x) + 5 = 4(2x - 1) + x + 3 \qquad \frac{x(x + 1)}{7} - 2\frac{2x + 1}{3} - \frac{2x^2 - 20x - 1}{14} + \frac{5}{6} = 0$$

$$c) \quad \frac{2}{3}x(x + 1) - x^2 = -\frac{x(x - 2)}{4} - \frac{(x - 1)^2}{12} \qquad (2x + 1)(2x - 1) - \frac{1 - x}{2} = 4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 2$$

7. Determina il codominio delle seguenti funzioni, aventi dominio $A = \{-1; 0; 2; \frac{5}{2}\}$ e rappresentale graficamente.

$$a) \quad f(x) = 3 - 2x$$

$$b) \quad f(x) = x^2 - x$$

$$c) \quad f(x) = 8 - 2x - x^2$$

8. Traccia il grafico delle rette di equazione:

$$a) \quad r: y = 2x \qquad s: y = -x \qquad t: y = -\frac{1}{3}x$$

$$b) \quad r: y = \frac{2}{3}x \qquad s: y = -\frac{3}{4}x \qquad t: y = 2x - 2$$

$$c) \quad r: y = -x + 2 \qquad s: y = \frac{2}{5}x - 1 \qquad t: y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$$

9. Rispondi alle seguenti domande di geometria.

a) Dai la definizione di (i) angolo; (ii) di angoli consecutivi e (iii) di bisettrice di un angolo.

b) Dai la definizione di altezza di un triangolo. Disegna un triangolo ottusangolo, e traccia le sue tre altezze.

c) Enuncia (i) il teorema del triangolo isoscele, e (ii) il secondo criterio di congruenza dei triangoli. Scrivi le ipotesi e la tesi di questi due teoremi.

10. Svolgi le seguenti dimostrazioni di geometria.

a) Considera un triangolo isoscele di base AB. Dimostra che la mediana CM relativa alla base è anche bisettrice dell'angolo al vertice di ABC.

b) Sui lati di un angolo di vertice O considera due punti A e B tali che $OA \cong OB$ e sia C un punto qualsiasi della bisettrice dell'angolo. Dimostra che $AC \cong BC$.

c) Sia ABC un triangolo isoscele di base BC e siano D ed E due punti rispettivamente dei lati AB e AC tali che $AD \cong AE$. Sia P il punto di intersezione di BE e DC. Dimostra che PDE è un triangolo isoscele.

Soluzioni

1. a) 40; $\frac{4}{25}$; $\frac{3}{2}$; b) 2; c) $\frac{7}{16}$.

2. a) $-a^7x^5$; $a - 3$; b) $-7a^6b^5$; c) 1.

3. a) $a^{12} - 16$; $4y^2 - 2x - 1$; $2b^4 - 2ab^2$; b) $6a^2b^2 - 2ab^3$; c) $3a^4 + \frac{1}{6}a^3 + 1$.

4. a) $2a(b - 1)^2$; $a(a^2 - x)(a + x)$; $2(x + 4)(x - 2)$; $(2x - 1)^3$; b) $4(x^2 + 16)(x + 4)(x - 4)$; $a(a^2 - b)(a^4 + b^2 + a^2b)$; $(a + 2x - 3)^2$; c) $2(a^3b + 3)(a^3b - 3)$; $(2a^2 + b^3)(4a^4 + b^6 - 2a^2b^3)$; $x(x - 1)(x - y)$; $2x^2(x - 1)(x - 8)$.

5. a) $(x - 2)$; $4(x - 2)^2(x - 1)(x + 2)$; b) $(x - 3)$; $3(x - 3)^2(x - 2)(x + 2)$; c) $x(x - 1)$; $4x(x - 3)(x - 1)^2(x + 1)$.

6. a) 0; -3; b) ind; -1; c) imp; $-\frac{9}{7}$.

7. a) 5; 3; -1; -2; b) 2; 0; 2; $\frac{15}{4}$; c) 9; 8; 0; $-\frac{13}{4}$.