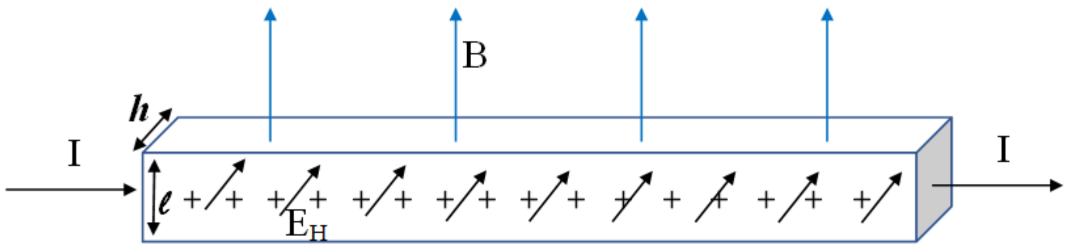
***SOLUZIONE***

***Problema 1.***

Nel laboratorio di fisica l'insegnante ha illustrato l'andamento del campo magnetico generato da una bobina percorsa da corrente utilizzando della limatura di ferro per visualizzarne le linee di forza e uno strumento che ha chiamato "magnetometro ad effetto Hall" per misurarne la intensità in vari punti.

L'effetto Hall, che fu scoperto nel 1879 dal fisico statunitense Edwin Herbert Hall, consente di misurare l'intensità di un campo magnetico a partire dalla misura di una differenza di potenziale $\Delta V_H$ detta appunto "di Hall". In rete, oltre a queste informazioni, hai trovato la seguente descrizione schematica di funzionamento dello strumento:

"Una lastrina di rame, di sezione rettangolare $S = l \cdot h$, è percorsa da una corrente elettrica costante $I$. Se si immerge questa lastrina in un campo magnetico uniforme $B$ diretto come in figura, la faccia anteriore della lastrina si carica positivamente e quella posteriore (non visibile) si carica negativamente. Tra le due facce quindi si genera una differenza di potenziale $\Delta V_H$ (la differenza di potenziale di Hall) e tra di esse è presente un campo elettrico $E_H$ (detto campo di Hall) diretto come indicato in figura."




i. Spiega l'origine del campo elettrico $E_H$ e della differenza di potenziale $\Delta V_H$.

ii. L'effetto Hall può essere usato per individuare il segno della carica in moto nei conduttori metallici. Illustra qualitativamente come cambia il fenomeno a seconda del segno delle cariche in moto.

iii. Dimostra l'esistenza di una relazione lineare $\Delta V_H = kB$ tra la differenza di potenziale che si instaura tra le facce della lastrina e l'intensità del campo magnetico $B$, quando si è raggiunta la condizione di equilibrio tra le forze che agiscono sulle cariche in moto.

iv. Perché il dispositivo possa essere usato come magnetometro, è necessario procedere alla sua taratura, cioè alla misurazione di $\Delta V_H$ in presenza di valori noti del campo magnetico $B$. La seguente tabella mostra i dati sperimentali di una taratura effettuata in laboratorio:

| $B\ [mT]$ | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta V_H\ [10^{-7} V]$ | 0,70 | 1,5 | 2,3 | 3,4 | 4,3 |

Mostra che tali dati sono compatibili con una relazione di proporzionalità diretta tra $\Delta V_H$ e $B$, traccia il grafico di taratura e fornisci una stima del valore della costante di proporzionalità $k$. Come valuteresti l'incertezza della stima effettuata?

v. Dati $h = 0{,}10\ cm$ ed $l = 2{,}0\ cm$ e adoperando $9{,}1 \cdot 10^{-7}\ V/T$ come valore della costante $k$, ricava il valore della velocità degli elettroni di conduzione del rame (detta anche "velocità di deriva"). A partire da questo valore, e dalla conoscenza del valore della corrente $I = 1{,}0\ A$, come determineresti la densità di carica per unità di volume presente nella lastrina?

*Risposta.*
In riferimento alla figura, fisso un sistema di riferimento con l'asse $x$ nella direzione e verso di $I$, l'asse $y$ nella direzione e verso di $\vec{E}_H$ e l'asse $z$ nella direzione e verso di $\vec{B}$.

i. L'origine del campo elettrico di Hall è di tipo magnetico: il campo magnetico infatti interagisce con le cariche $q$ (positive, si muovono da sinistra verso destra nella figura) secondo la Legge di Lorentz $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$, dove $\vec{v}$ indica la velocità della carica $q$. Tali cariche sono quindi spinte nella direzione dell'asse $y$ ma nel verso contrario, con la conseguenza che la faccia non visibile della lastrina si caricherà negativamente mentre quella frontale si caricherà positivamente. Si creerà così una *ddp* tra le due facce, la $\Delta V_H$ appunto. Se c'è una *ddp* c'è anche un campo elettrico, $E_H = \Delta V_H / h$.

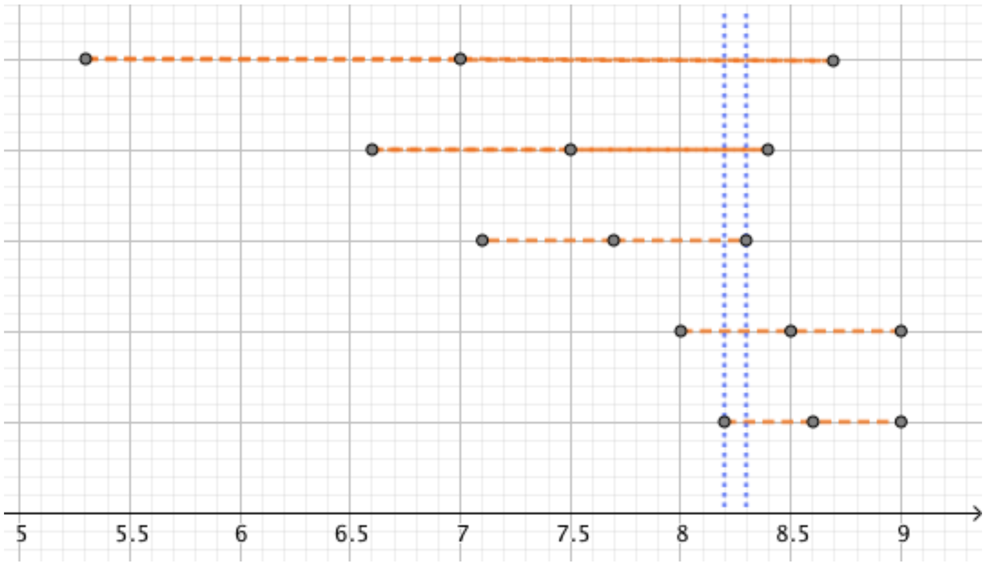
ii. Se la corrente elettrica è costituita dal moto di cariche negative $q$, esse fluiranno da destra verso sinistra nella figura. Le cariche negative subiscono anch'esse la forza di Lorenz $\vec{F} = -|q| \cdot \vec{v} \times \vec{B}$, dove $\vec{v}$ indica la velocità della carica $q$. Tali cariche sono quindi spinte nella direzione dell'asse $y$ ma nel verso contrario, con la conseguenza che la faccia frontale della lastrina si caricherà negativamente mentre quella non visibile si caricherà positivamente. Ne consegue che, se misuro la *ddp* tra la faccia frontale (a potenziale $V_f$) e quella nascosta (a potenziale $V_i$), se le cariche sono positive allora $\Delta V_H = V_f - V_i > 0$ mentre se sono negative $\Delta V_H < 0$.

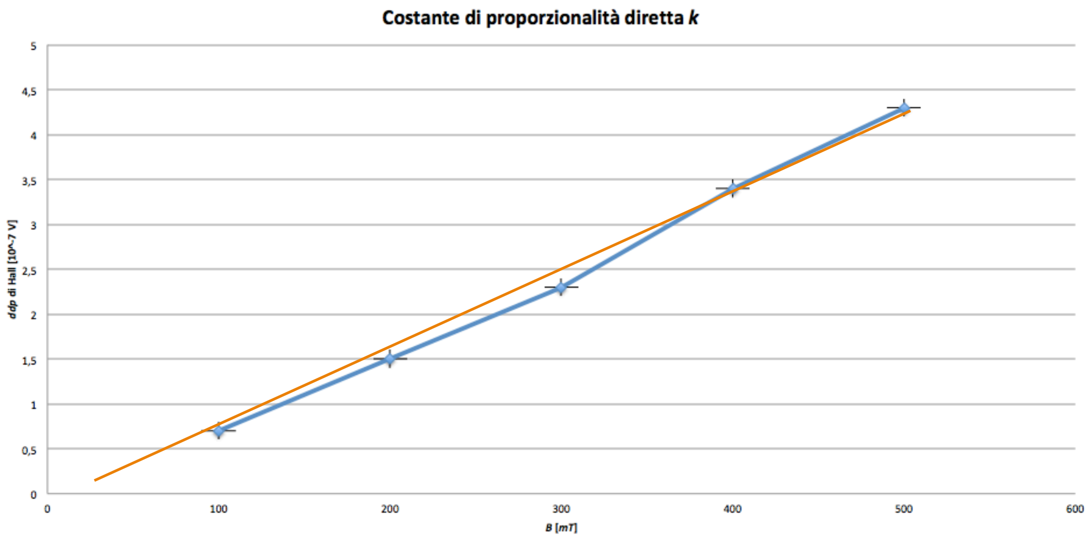
iii. $F = qvB$ e $E_H = F/q$, quindi $E_H = vB$. Da $E_H = \Delta V_H / h$ trovo che $\Delta V_H = (vh)B \rightarrow$ $\rightarrow \Delta V_H = kB$.

iv. Riprendendo la tabella data trovo i seguenti rapporti, considerando un errore assoluto su $B$ di $10\ mT$ e un errore assoluto su $\Delta V_H$ di $0{,}1 \cdot 10^{-7} V$:

| $B\ [mT]$ | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\varepsilon_B$ | 0,1000 | 0,0500 | 0,0333 | 0,0250 | 0,0200 |
| $\Delta V_H\ [10^{-7} V]$ | 0,70 | 1,5 | 2,3 | 3,4 | 4,3 |
| $\varepsilon_{\Delta V_H}$ | 0,1429 | 0,0667 | 0,0435 | 0,0294 | 0,0233 |
| $k = \Delta V_H / B\ [10^{-7} V/T]$ | 7,0 | 7,5 | 7,7 | 8,5 | 8,6 |
| $\varepsilon_{k_{ASS}}\ [10^{-7} V/T]$ | 1,7 | 0,9 | 0,6 | 0,5 | 0,4 |

Come si può notare dalla tabella e dal grafico, i valori di $k$ sono tra loro compatibili:




La proporzionalità è di tipo lineare, infatti il coefficiente di determinazione $R^2 = \dfrac{\sigma_{\Delta V_H,B}}{\sigma_{\Delta V_H}\sigma_B} =$ $= 0{,}998$, dove $\sigma_{\Delta V_H,B} = 182$ indica la covarianza mentre $\sigma_{\Delta V_H} = \sqrt{1039}/25$ e $\sigma_B = 100\sqrt{2}$ le deviazioni standard.

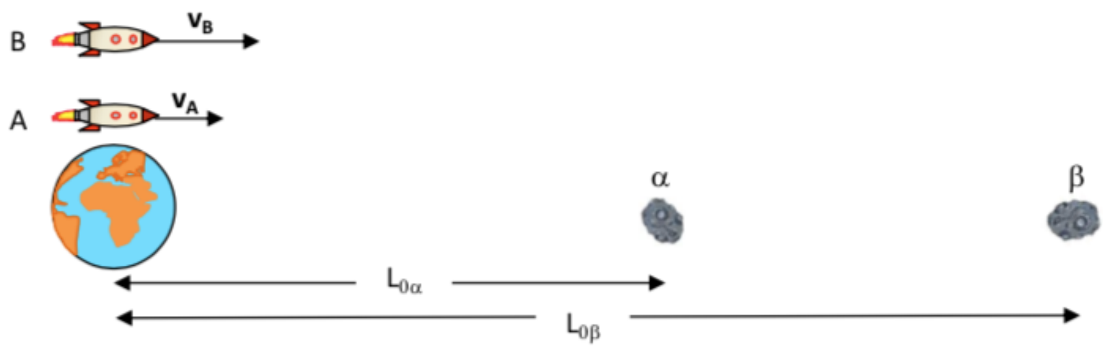
Il valore medio di $k$ è $7{,}86 \cdot 10^{-7}\ V/T$ e l'incertezza la calcolo utilizzando la deviazione standard. Trovo che il valore attendibile di $k$ è $\overline{k} = 7{,}9 \cdot 10^{-7}\ V/T$ con un'incertezza $\sigma_k = 0{,}6 \cdot 10^{-7}\ V/T$.

v. Da iii. ho che $hv = k \rightarrow v = k/h = 9{,}1 \cdot 10^{-7}/\left(1{,}0 \cdot 10^{-3}\right) = 9{,}1 \cdot 10^{-4}\ m/s$. Sia $\rho$ la densità volumetrica di carica. Dalla definizione di intensità di corrente elettrica trovo che $I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t} = \dfrac{\rho S \Delta s}{\Delta t} = \rho S v \rightarrow \rho = I/(Sv) = 1/\left(1{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-4}\right) = 5{,}5 \cdot 10^{7}$ cariche$/m^3$.

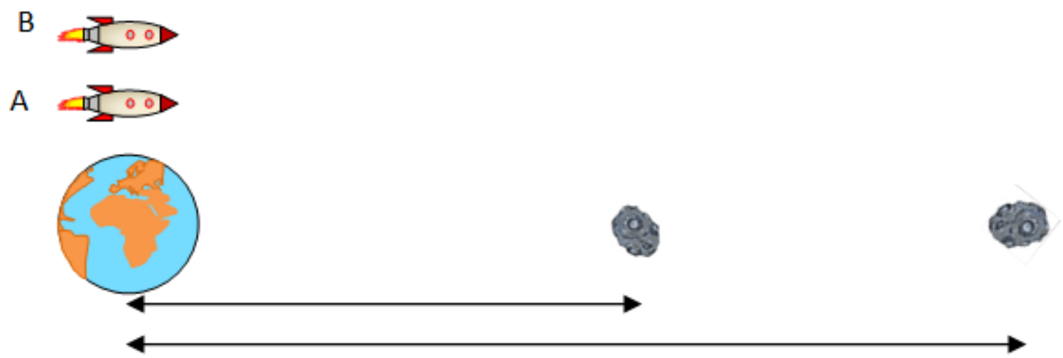
***Problema 2.***

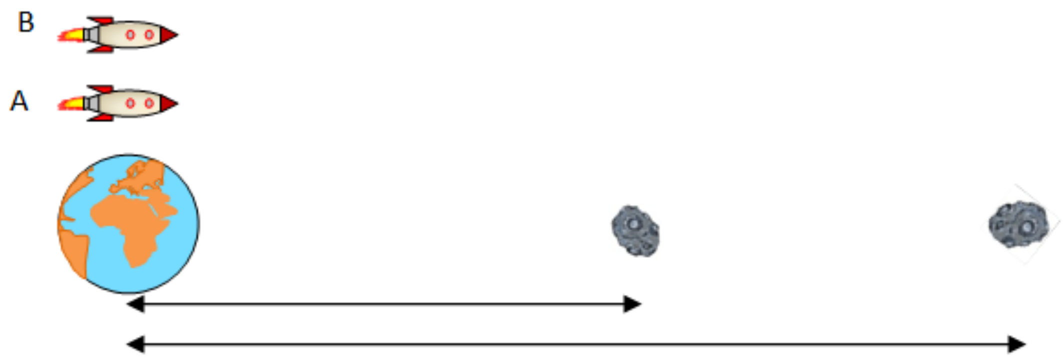
Due asteroidi, denominati $\alpha$ e $\beta$, sono stati individuati a distanze $L_{0\alpha} = 4$ *ore luce* (pari a $4{,}317 \cdot 10^{12}\ m$) e $L_{0\beta} = 7{,}5$ *ore luce* (pari a $8{,}094 \cdot 10^{12}\ m$) rispetto alla Terra. I due asteroidi sono allineati con la Terra e la loro velocità rispetto alla Terra è trascurabile. Due astronavi, $A$ e $B$, partono nello stesso istante verso i due asteroidi per un volo di ricognizione. L'astronave $A$ ha il compito di sorvolare l'asteroide $\alpha$ mentre l'astronave $B$ ha il compito di sorvolare l'asteroide $\beta$.

Le due astronavi viaggiano a velocità relativistiche con moto rettilineo uniforme. L'astronave $B$, che deve percorrere una distanza maggiore, utilizza dei propulsori più potenti e viaggia ad una velocità maggiore di quella dell'astronave $A$. Nel sistema di riferimento della Terra, all'istante iniziale $t = 0$, la situazione è quella rappresentata nella figura seguente:




Le due figure seguenti illustrano invece la situazione all'istante $t = 0$ nei sistemi di riferimento dell'astronave $A$ e dell'astronave $B$.



i. Completa le due figure disegnando su ciascun oggetto un vettore che rappresenti la sua velocità nel sistema di riferimento in esame e scrivendo in corrispondenza di ciascuna distanza la relazione che permette di calcolarla. Spiega cosa cambia nei due sistemi di riferimento *A* e *B* rispetto al riferimento della Terra.

Il comandante della missione decide di premiare l'astronauta che per primo raggiungerà l'asteroide che gli è stato assegnato. I due astronauti si accordano di inviare all'altro il tempo di arrivo sull'asteroide obiettivo della propria missione.

ii. Quando l'astronave *A* raggiunge l'asteroide $\alpha$ il suo orologio di bordo indica un tempo $t'_\alpha = 9\ h\ 9\ min\ 54\ s$ (pari a $3{,}299 \cdot 10^4\ s$) e quando l'astronave *B* raggiunge l'asteroide $\beta$, il suo orologio di bordo indica anch'esso il tempo $t'_\beta = 9\ h\ 9\ min\ 54\ s$. Determina la velocità dell'astronave *A* e quella dell'astronave *B* (in unità *c*) rispetto alla Terra. Determina anche la velocità relativa tra le due astronavi.

Quando l'astronauta *A* riceve l'informazione sul tempo di arrivo di *B* sull'asteroide $\beta$, ritiene di aver vinto e di avere quindi diritto al premio.

iii. Dalle trasformazioni di Lorentz o dalle relazioni tra intervalli di tempo misurati in sistemi di riferimento diversi, deduci il tempo $t'_\beta$ di arrivo di *B* sull'asteroide $\beta$ come determinato da *A* e verifica che effettivamente egli giustamente ritiene di aver diritto alla promozione.

iv. Ma anche l'astronauta *B* ritiene di aver vinto, in base alla sua misura del tempo $t'_\alpha$ impiegato da *A*. Utilizzando ancora una volta le trasformazioni di Lorentz o le relazioni tra intervalli di tempo misurati in sistemi di riferimento diversi, verifica la giustezza delle conclusioni tratte da *B*.

Il comandante della missione, consultato un testo di relatività, si scusa con i due astronauti e li premia entrambi: ha capito infatti che si è verificata una inversione temporale tra due eventi visti da osservatori diversi, da lui non prevista.

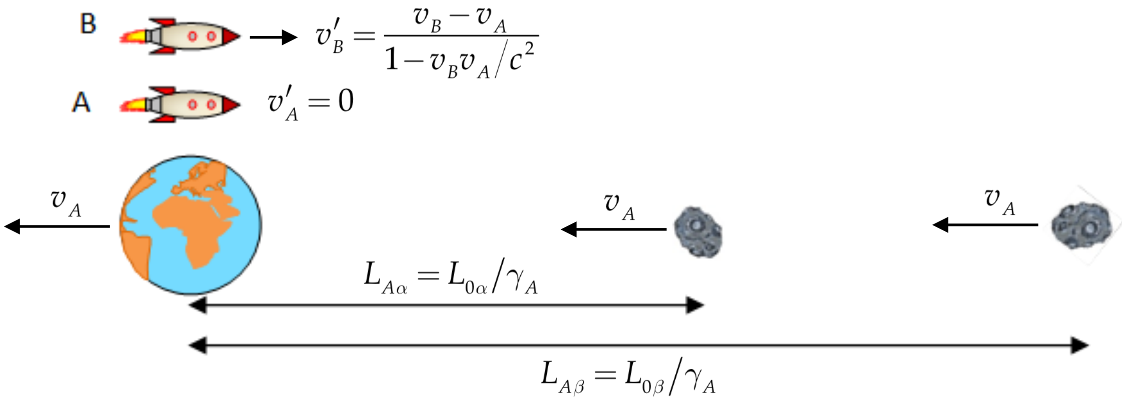
v. Spiega se questa inversione temporale è possibile, in quali condizioni si può verificare e se, nel caso in esame, è questa la ragione del contenzioso tra i due astronauti.

*Risposta.*

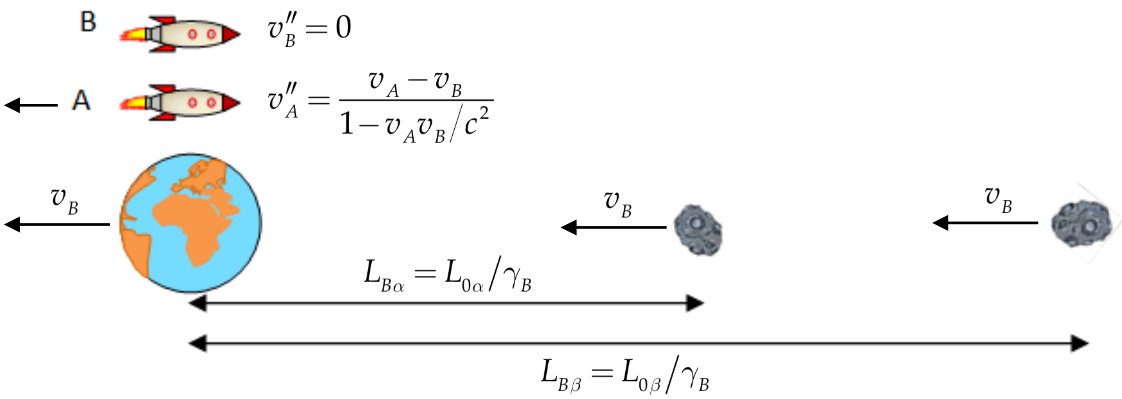
i. Nel riferimento centrato in *A* la Terra e i due asteroidi si muoveranno nel verso opposto con velocità $v_A$ e l'astronave *A* risulta essere in quiete. L'astronave *B* invece si muoverà con velocità $v'_B$ determinabile mediante la legge di composizione delle velocità relativistiche. Per quello che riguarda le distanze, la distanza tra Terra e i due asteroidi risulta essere contratta di un fattore $\gamma_A = 1\Big/\sqrt{1-(v_A/c)^2}$.

Idem, a parti invertite tra astronave *A* e astronave *B*, per quello che riguarda il sistema di riferimento centrato in *B*.

Rispetto a un sistema di riferimento con origine $A$:




Rispetto a un sistema di riferimento con origine $B$ ( $\gamma_B = 1\Big/\sqrt{1-(v_B/c)^2}$ ):




ii. Se nel sistema di riferimento centrato in $A$ il tempo trascorso (tempo proprio) è $t'_\alpha$, rispetto a un osservatore sulla Terra è trascorso un tempo pari a $t_\alpha = \gamma_A t'_\alpha$, per cui:

$$v_A = L_{0\alpha}/t_\alpha \rightarrow v_A = L_{0\alpha}/(\gamma_\alpha t'_\alpha) \rightarrow v_A^2 = \frac{L_{0\alpha}^2}{(t'_\alpha)^2}\left(1-\frac{v_A^2}{c^2}\right) \rightarrow v_A = \frac{L_{0\alpha}/t'_\alpha}{\sqrt{c^2 + (L_{0\alpha}/t'_\alpha)^2}}c =$$

$$= \frac{4{,}317 \cdot 10^{12}/(3{,}299 \cdot 10^4)}{\sqrt{(2{,}998 \cdot 10^8)^2 + (4{,}317 \cdot 10^{12}/(3{,}299 \cdot 10^4))^2}}c = \frac{1{,}309 \cdot 10^8}{\sqrt{(2{,}998 \cdot 10^8)^2 + (1{,}309 \cdot 10^8)^2}}c = 0{,}400c\,.$$

Analogamente per l'astronave $B$:

$$v_B = \frac{L_{0\beta}/t'_\beta}{\sqrt{c^2 + (L_{0\beta}/t'_\beta)^2}}c = \frac{8{,}094 \cdot 10^{12}/(3{,}299 \cdot 10^4)}{\sqrt{(2{,}998 \cdot 10^8)^2 + (8{,}094 \cdot 10^{12}/(3{,}299 \cdot 10^4))^2}}c =$$

$$= \frac{2{,}453 \cdot 10^8}{\sqrt{(2{,}998 \cdot 10^8)^2 + (2{,}453 \cdot 10^8)^2}}c = 0{,}633c\,.$$

La velocità dell'astronave $B$ nel sistema di riferimento centrato in $A$ vale:

$$v'_B = \frac{v_B - v_A}{1 - v_B v_A / c^2} = \frac{0,633 - 0,400}{1 - 0,633 \cdot 0,400} c = 0,312c \,.$$

La velocità dell'astronave $A$ nel sistema di riferimento centrato in $B$ vale:

$$v''_A = \frac{v_A - v_B}{1 - v_A v_B / c^2} = \frac{0,400 - 0,633}{1 - 0,400 \cdot 0,633} c = -0,312c \,.$$

iii. Utilizzando le trasformazioni di Lorentz, il tempo che ha impiegato l'astronave $B$ a raggiungere $\beta$ calcolato nel sistema di riferimento centrato in $A$ vale:

$$t_{A\beta} = \gamma'_B \left( t'_\beta + v'_B L_{A\beta} / c^2 \right) = \frac{t'_\beta + v'_B L_{0\beta} / \left( \gamma_A c^2 \right)}{\sqrt{1 - \left( v'_B / c \right)^2}} = \frac{3,299 \cdot 10^4 + 0,312 \cancel{c} \cdot 8,094 \cdot 10^{12} / \left( 1,091 c^{\cancel{2}} \right)}{\sqrt{1 - 0,312^2}} =$$

$$= 4,112 \cdot 10^4 \ s \,.$$

Poiché $t_{A\beta} > t'_\alpha$ il pilota dell'astronave $A$ ritiene di essere arrivato a destinazione prima del pilota dell'astronave $B$.

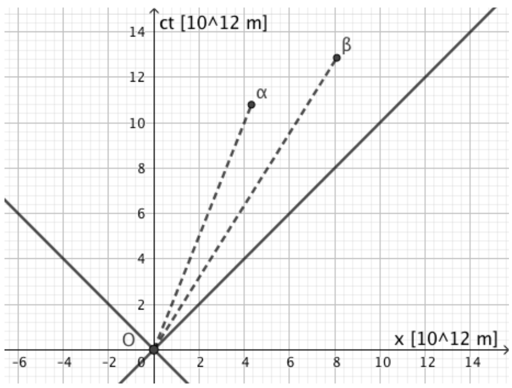
iv. Ragionando in modo analogo al punto precedente, utilizzando le trasformazioni di Lorentz, il tempo che ha impiegato l'astronave $A$ a raggiungere $\alpha$ calcolato nel sistema di riferimento centrato in $B$ vale:

$$t_{B\alpha} = \gamma'_A \left( t'_\alpha + v''_A L_{B\alpha} / c^2 \right) = \frac{t'_\alpha + v''_A L_{0\alpha} / \left( \gamma_B c^2 \right)}{\sqrt{1 - \left( v''_A / c \right)^2}} = \frac{3,299 \cdot 10^4 + 0,312 \cancel{c} \cdot 4,317 \cdot 10^{12} / \left( 1,292 c^{\cancel{2}} \right)}{\sqrt{1 - 0,312^2}} =$$

$$= 3,665 \cdot 10^4 \ s \,.$$

Poiché $t_{B\alpha} > t'_\beta$ il pilota dell'astronave $B$ ritiene di essere arrivato a destinazione prima del pilota dell'astronave $A$.

v. L'inversione temporale tra due eventi non è possibile a patto di non superare la velocità della luce, cosa che la teoria della relatività prova non essere possibile. Il contenzioso nasce dal fatto che le due astronavi sono in moto una rispetto all'altra: lo si capisce meglio analizzando il diagramma di Minkowski qui sotto.




Se considero un istante di spazio-tempo riferito ad esempio all'astronave $A$, l'astronave $B$ può risultare in una zona di velocità superluminale (e viceversa), da qui il contenzioso.
Per capire chi merita il premio è sufficiente calcolare il tempo impiegato dalle due astronavi a giungere a destinazione da un osservatore posto a Terra; ottengo che $t_A = \gamma_A t'_A = 3,600 \cdot 10^4 \ s$ e $t_B = \gamma_B t'_A = 4,261 \cdot 10^4 \ s$, ovvero è arrivato a destinazione per prima l'astronave $A$.

*Questionario*

1. In un solenoide cilindrico ideale nel vuoto, costituito da 400 spire e lungo 10,0 *cm* viene fatta passare una corrente alternata $i(t) = 0{,}50 \cdot \sin(63t)\ A$. Sull'asse del solenoide è posta una spira circolare, coassiale con il solenoide, in modo che si possa considerare che tutto il campo magnetico uscente dal solenoide attraversi la sezione della spira. La spira ha un raggio di 5,0 *cm* e una resistenza ohmica di $0{,}20\ \Omega$. Determina il valore massimo della forza elettromotrice indotta nella spira e la corrente indotta che la percorre.

*Risposta.*
Il solenoide genera un campo magnetico di intensità $B(t) = \mu_0 N/L i(t) =$ $= 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 400 / (1{,}00 \cdot 10^{-1}) \cdot 0{,}50 \sin(63t) = 8\pi \cdot 10^{-4} \sin(63t)$ e direzione perpendicolare alla superficie della spira.
Per la Legge di Faraday-Lenz la *fem* indotta sulla spira vale $fem(t) = -\dfrac{d\phi_B(t)}{dt} =$ $= -\pi\left(5{,}0 \cdot 10^{-2}\right)^2 \dfrac{dB(t)}{dt} = -2\pi^2 \cdot 10^{-6} \dfrac{d\sin(63t)}{dt} = -1{,}26\pi^2 \cdot 10^{-4} \cos(63t)$. Il suo valore massimo si ha quando $\cos(63t) = -1$ ed è $fem_{MAX} = 1{,}2\ mV$.
Applicando la prima legge di Ohm trovo che la corrente indotta vale $i_i(t) = \dfrac{fem(t)}{R} = -6{,}3\pi^2 \cdot 10^{-4} \cos(63t) = 6{,}2 \cos(63t + \pi)\ mA$.

2. Una lampadina ad incandescenza, alimentata con tensione alternata pari a 220 *V*, assorbe una potenza elettrica media pari a $1{,}0 \cdot 10^2\ W$ ed emette luce grazie al surriscaldamento di un filamento di tungsteno, con $\overline{P}_e / \overline{P}_a = 2\%$, dove $\overline{P}_e$ indica la potenza media luminosa emessa e $\overline{P}_a$ la potenza media elettrica assorbita.
Ipotizzando per semplicità che la lampadina sia una sorgente puntiforme che emette uniformemente in tutte le direzioni, e che la presenza dell'aria abbia un effetto trascurabile, calcolare ad una distanza $d = 2{,}0\ m$ dalla lampadina:
   i. l'intensità media della luce;
   ii. i valori efficaci del campo elettrico e del campo magnetico.

*Risposta.*
   i. $\overline{P}_e / \overline{P}_a = 2\% \rightarrow \overline{P}_e = 2\% \overline{P}_a \rightarrow \overline{P}_e = 2{,}0\ W$, quindi l'intensità media della luce vale $\overline{I} = \overline{P}_e / S = 2{,}0 / (4\pi \cdot 2{,}0^2) = 1/(8\pi) = 4{,}0 \cdot 10^{-2}\ W/m^2$.
   ii. $\overline{I} = \overline{u}c \rightarrow \overline{u} = \overline{I}/c = 1/(24\pi) \cdot 10^{-8}\ J/m^3$. Ma $\overline{u} = \varepsilon_0 E_{eff}^2 \rightarrow E_{eff} = \sqrt{\overline{u}/\varepsilon_0} = 3{,}9\ V/m$ e $\overline{u} = B_{eff}^2 / \mu_0 \rightarrow B_{eff} = \sqrt{\mu_0 \overline{u}} = 1{,}3 \cdot 10^{-8}\ T$.

3. In un tubo a raggi catodici gli elettroni prodotti dal catodo vengono accelerati da una differenza di potenziale di $1{,}00 \cdot 10^5\ V$. Sapendo che la distanza tra catodo e anodo è di 20,0 *cm*, determina la velocità degli elettroni (in metri al secondo) in prossimità dell'anodo tenendo conto degli effetti relativistici.

*Risposta.*

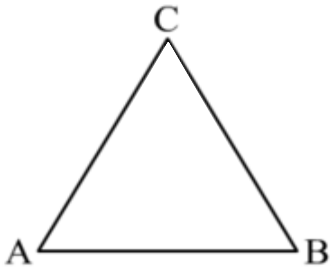
Il campo elettrico al quale sono sottoposti gli elettroni vale $E = \Delta V/d = = 1{,}00 \cdot 10^5 / (2{,}00 \cdot 10^{-1}) = 5{,}00 \cdot 10^5 \; V/m$. Un singolo elettrone quindi sarà soggetto a una forza di intensità costante pari a $F = |e| E = 8{,}00 \cdot 10^{-14} \; N$, ovvero ogni singolo elettrone compirà un moto rettilineo uniformemente accelerato, per cui valgono le relazioni $d = 1/2 at^2$ e $v = at$, dove $a = F/m_e$ indica l'accelerazione (in un sistema di riferimento centrato sul catodo supponendo che la velocità iniziale degli elettroni sia nulla). Quindi $v = \sqrt{2dF/m_e}$ e, tenendo conto degli effetti relativistici, ottengo:

$$v = \sqrt{\frac{2d/\gamma F}{\gamma m_e}} \to m_e v^2 = \frac{2dF}{\gamma^2} \to m_e v^2 = 2dF\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \to v = \sqrt{\frac{2dF}{m_e + 2dF/c^2}} \to v = 1{,}73 \cdot 10^4 \;\; m/s .$$

4. Tre cariche puntiformi di valore $q$ sono poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato 1 $m$; dopo aver determinato l'energia potenziale del sistema, stabilisci come essa varia se una delle cariche cambia segno e fornisci la tua interpretazione qualitativa del risultato, con riferimento al cambiamento determinatosi rispetto alla situazione iniziale.

*Risposta.*

In riferimento alla figura, sapendo che $U_{ij} = k_0 \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$ e che l'energia potenziale del sistema è la somma algebrica delle energie dei singoli sistemi di coppie di cariche, $U = U_{AB} + U_{AC} + U_{BC} = 3k_0 q^2$.




Supponendo, senza perdita di generalità, che sia la carica in $C$ a cambiare di segno. Quindi $U = U_{AB} + U_{AC} + U_{BC} = k_0 q^2 - k_0 q^2 - k_0 q^2 = -k_0 q^2$.
L'energia del sistema è diminuita, questo significa che una carica di prova posta nelle vicinanze del triangolo in un punto a potenziale nullo, nella situazione iniziale avrebbe subito una forte repulsione mentre ora una debole attrazione.

5. Dimostra che a un elettrone non relativistico, accelerato da fermo mediante una differenza di potenziale $\Delta V$ misurata in volt, si può associare un'onda di de Broglie la cui lunghezza d'onda $\lambda$ può essere espressa dalla formula $\lambda = \sqrt{1{,}504/\Delta V} \; nm$.

*Risposta.*
$\lambda = h/p$, dove $p = m_e v$ è la quantità di moto dell'elettrone. Se l'elettrone è accelerato con una $\Delta V$ costante esso compirà un MRUA; per cui, da $\Delta s = at^2/2 \rightarrow 2a\Delta s = (at)^2$ e $v = at$, con $a = F/m_e = |e|E/m_e = |e|\Delta V/(\Delta s \cdot m_e)$, ricavo che $v^2 = 2a\Delta s \rightarrow v^2 = 2|e|\Delta V/m_e \rightarrow$ $\rightarrow v = \sqrt{2|e|\Delta V/m_e}$. Quindi:

$$\lambda = \frac{h}{m_e\sqrt{2|e|\Delta V/m_e}} \rightarrow \lambda = \sqrt{\frac{h^2}{2m_e|e|\Delta V}} = \sqrt{\frac{\left(6{,}626^{-34}\right)^2}{2 \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\Delta V}} = \sqrt{1{,}504 \cdot 10^{-18}/\Delta V} =$$
$$= \sqrt{1{,}504/\Delta V} \cdot 10^{-9}\ m = \sqrt{1{,}504/\Delta V}\ nm.$$

6. Si osserva che illuminando un catodo di argento con luce ultravioletta di lunghezza d'onda 100 *nm* occorre applicare un potenziale ritardante di 7,7 *V* per arrestare completamente i fotoelettroni. Qual è il lavoro di estrazione dell'argento?

*Risposta.*
Il potenziale di arresto $V_0$ è legato al lavoro di estrazione $W_0$ dalla seguente relazione: $|e|V_0 = hf - W_0$. Ricordando che $f = \lambda/c$, ottengo che:
$W_0 = h\lambda/c - |e|V_0 = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 1{,}00 \cdot 10^{-7}/\left(3{,}00 \cdot 10^8\right) - 1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 7{,}7 = -1{,}2 \cdot 10^{-18}\ J = -7{,}7\ eV$.

7. Un carro merci di massa $m = 3'000\ kg$ viene fermato da un respingente formato da un sistema combinato di due molle; la prima, che ha una costante elastica $k_1 = 1'500\ N/m$, agisce non appena il carro merci viene in contatto con il respingente; la seconda, che ha una costante elastica $k_2 = 3'500\ N/m$, inizia ad agire quando il respingente è compresso di 20 *cm*. Si osserva che il carro merci si ferma quando il respingente è compresso di 50 *cm*. Determina la velocità iniziale del carro merci.

*Risposta.*
Quando il respingente è compresso di 50 *cm*, l'energia del carro merci è $E_f = \frac{1}{2}k_1\Delta x_1^2 + \frac{1}{2}k_2\Delta x_2^2 = \frac{1}{2}1'500 \cdot 0{,}5^2 + \frac{1}{2}3'500 \cdot (0{,}5 - 0{,}2)^2 = 345\ J$.

Un istante prima di toccare il respingente, l'energia del carro merci è $E_i = \frac{1}{2}mv^2 = 1'500v^2$.
Poiché il sistema è chiuso e isolato, vale il principio di conservazione dell'energia meccanica per cui $E_i = E_f \rightarrow 1'500v^2 = 345 \rightarrow v = 0{,}48\ m/s$.

8. Ti trovi di fronte a due altoparlanti uguali $A_1$ e $A_2$, distanti 2 metri uno dall'altro, che emettono un suono monocromatico; osservi che quando sei equidistante da entrambi gli altoparlanti l'intensità sonora che percepisci ha un minimo e che quando, partendo dalla posizione di uno dei due altoparlanti (ad esempio $A_1$) ti muovi lungo la retta perpendicolare alla congiungente i due altoparlanti, l'intensità

sonora che percepisci è massima quando sei a una distanza di 2 metri da $A_1$. Determina la lunghezza d'onda del suono emesso dagli altoparlanti.

*Risposta.*
Poiché nell'asse di simmetria del segmento che ha per estremi i punti ove sono sistemati gli altoparlanti sento un minimo significa che i due altoparlanti emettono onde sonore in controfase.
Se mi posiziono su una retta perpendicolare al segmento prima citato, passante per il punto dove c'è $A_1$ e a una distanza di 2 $m$ da esso, la differenza di cammino tra i suoni emessi dai due altoparlanti è $\Delta\delta = \delta_2 - \delta_1 = 2\sqrt{2} - 2 = 0{,}8\ m$. Essendo un massimo e i suoni in controfase, $\Delta\delta = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$ con $n \in \mathbb{Z}$. Dunque $\lambda = \frac{2\Delta\delta}{2n+1} = \frac{4\left(\sqrt{2}-1\right)}{2n+1}$.
Posto la velocità del suono $v_s = 343\ m/s$ e sapendo che la gamma dell'udibile va dai $20\ Hz$ ai $20000\ Hz$, le lunghezze d'onda ammissibili vanno da 1,7 $cm$ a 17 $m$.
Quindi le lunghezze d'onda ammissibili sono quelle riportate nella tabella che segue:

| $n$ | $\lambda$ |
|---|---|
| 0 | 2 $m$ |
| 1 | 6 $dm$ |
| 2 | 3 $dm$ |
| 3, 4, 5, 6 | 2 $dm$ |
| 7, 8 | 1 $dm$ |
| 9 | 9 $cm$ |
| 10 | 8 $cm$ |
| 11, 12 | 7 $cm$ |
| 13, 14 | 6 $cm$ |
| 15, 16, 17 | 5 $cm$ |
| 18, …, 23 | 4 $cm$ |
| 24, …, 32 | 3 $cm$ |
| 33, …, 49 | 2 $cm$ |